

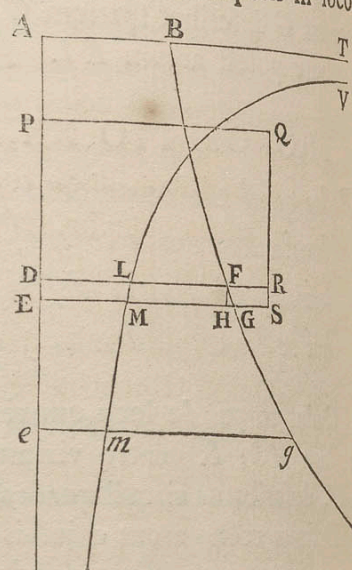
PROPOSITIO XXXIX. PROBLEMA XXVII.

Posita cujuscunque generis vi centripeta, & concessis figurarum curvilinearum quadraturis, requiritur corporis recta ascendens vel descendens tum velocitas in locis singulis, tum tempus quo corpus ad locum quemvis perveniet: Et contra.

De loco quovis *A* in recta *ADEC* cadat corpus *E*, deque loco ejus *E* erigatur semper perpendicularis *EG*, vi centripetæ in loco illo ad centrum *C* tendenti proportionalis: Sitque *BFG* linea curva quam punctum *G* perpetuo tangit. Coincidat autem *EG* ipso motus initio cum perpendiculari *AB*, & erit corporis velocitas in loco quovis *E* ut recta, quæ potest aream curvilineam *ABGE*. *Q. E. I.*

In *EG* capiatur *EM* rectæ, quæ potest aream *ABGE*, reciproce proportionalis, & sit *VLM* linea curva, quam punctum *M* perpetuo tangit, & cuius asymptotos est recta *AB* producta; & erit tempus, quo corpus cadendo describit lineam *AE*, ut area curvilinea *ABTVME*. *Q. E. I.*

Etenim in recta *AE* capiatur linea quam minima *DE* datæ longitudinis, sitque *DLF* locus lineæ *EMG*, *C* ubi corpus versabatur in *D*; & si ea sit vis centripeta, ut recta, quæ potest aream *ABGE*, sit ut descendens velocitas: erit area ipsa in duplicata ratione velocitatis, id est, si pro velocitatibus in *D* & *E*, scribantur *V* & *V + I*, erit area *ABFD* ut *VV*, & area *ABGE* ut *VV + 2VI + II*, & divisim area *DFGE* ut *2VI + II*, ideoque $\frac{DFGE}{DE}$ ut



ut $\frac{2VI + II}{DE}$, id est, si primæ quantitatum nascentium rationes sumantur, longitudo *DF* ut quantitas $\frac{2VI}{DE}$, ideoque etiam ut quantita-

tis hujus dimidium $\frac{1 \times V}{DE}$. Est autem tempus, quo corpus cadendo describit lineolam *DE*, ut lineola illa directe & velocitas *V* inverse, estque vis ut velocitatis incrementum *I* directe & tempus inverse, ideoque si primæ nascentium rationes sumantur, ut $\frac{1 \times V}{DE}$, hoc est,

ut longitudo *DF*. Ergo vis ipsi *DF* vel *EG* proportionalis facit ut corpus ea cum velocitate descendat, quæ sit ut recta quæ potest aream *ABGE*. *Q. E. D.*

Porro cum tempus, quo quælibet longitudinis datæ lineola *DE* describitur, sit ut velocitas inverse, ideoque inverse ut linea recta quæ potest aream *ABFD*; sitque *DL*, atque ideo area nascentis *DLME*, ut eadem linea recta inverse: erit tempus ut area *DLME*, & summa omnium temporum ut summa omnium arearum, hoc est (per corol. lem. iv.) tempus totum quo linea *AE* describitur ut area tota *ATVME*. *Q. E. D.*

Corol. 1. Si *P* sit locus, de quo corpus cadere debet, ut urgente aliqua uniformi vi centripeta nota (qualis vulgo supponitur gravitas) velocitatem acquirat in loco *D* æqualem velocitati, quam corpus aliud vi quacunque cadens acquisivit eodem loco *D*, & in perpendiculari *DF* capiatur *DR*, quæ sit ad *DF* ut vis illa uniformis ad vim alteram in loco *D*, & compleatur rectangulum *PDRQ*, eique æqualis abscindatur area *ABFD*; erit *A* locus de quo corpus alterum cecidit. Namque completo rectangulo *DRSE*, cum sit area *ABFD* ad aream *DFGE* ut *VV* ad $2VI$, ideoque ut $\frac{1}{2}V$ ad *I*, id est, ut semissis velocitatis totius ad incrementum velocitatis corporis vi inæquabili cadentis; & similiter area *PQRD* ad aream *DRSE* ut semissis velocitatis totius ad incrementum velocitatis corporis uniformi vi cadentis; sintque incrementa illa (ob æqualitatem temporum nascentium) ut vires generatrices, id est, ut ordinatim applicatæ *DF*, *DR*, ideoque ut area nascentes *DFGE*, *DRSE*; erunt ex æquo areae totæ *ABFD*, *PQRD* ad invicem ut semissiles totarum velocitatum, & propterea, ob æqualitatem velocitatum, æquantur. *R* *Corol.*